



Instituto de Enseñanza Superior Simón Bolívar
Profesorado para la Educación Secundaria en Matemática



Profesores: Olga Peñaloza y Víctor Palazzesi.

Espacio Curricular: Elementos de la Aritmética y el Álgebra.

Clase 1:

La poesía en matemática

Lea el siguiente poema de Pablo Neruda y realice, grupalmente, las actividades que se plantean a continuación:

28325674549

*Una mano hizo el número.
Juntó una piedrecita
con otra, un trueno
con un trueno, un águila caída
con otra águila,
una flecha con otra
y en la paciencia del granito
una mano
hizo dos incisiones, dos heridas,
dos surcos: nació el
número.*

*Creció el número dos y luego
el cuatro:
fueron saliendo todos
de una mano:*

*(...)
como huevos perpetuos
de un ave
dura*

*como la piedra,
que puso tantos números
sin gastarse, y adentro
del número otro número
y otro adentro del otro,
prolíferos, fecundos,
amargos, antagónicos,*

*(...)
cubriéndonos, cegándonos, matándonos
desde las mesas, desde los bolsillos,
los números, los números,
los números.*



Pablo Neruda

Del libro *Las manos del día* (1968)

**Actividad 1**

- a) Desde el inicio del poema hasta "nació el número", Neruda se refiere al origen prehistórico del número. Explicar ese origen con otras palabras.
- b) ¿A qué conjuntos de números se refiere? ¿Cuál fue la primera acción matemática realizada por el hombre? ¿Con qué conjunto de números la realizó?
- c) ¿Qué ideas expresa en lo que continúa diciendo? Según el poema, ¿qué presencia tienen los números en todo lo que nos rodea?
- d) Mediante el siguiente link accederán a un video del Dr. Adrián Paenza. Después de mirarlo realicen la actividad que se solicita.
<https://youtu.be/fTalc6VxTtM>
- e) Paenza habla de números, ¿A cuáles se está refiriendo?
Piensen ejemplos de situaciones en las que solo se deben usar números naturales y otras en las que no sirvan para realizar representaciones.

Actividad 2

Lea el siguiente texto:

Los números que se utilizan para contar se llaman *números naturales*. Al conjunto formado por todos los números naturales se lo denota con la letra \mathbb{N} . Para contar *un* elemento se utiliza el número 1, para el siguiente el número 2, y así sucesivamente.

A cada número natural le sigue otro número natural que se obtiene agregando 1 al anterior. Así aparece la operación *adición*. Sumar 1 es nombrar al siguiente de un número natural. Por ejemplo, el siguiente de 5 es 6, y por eso $6 = 5 + 1$.

Los elementos que se *adicionan* reciben el nombre de *sumandos* o *términos*, y el resultado de la operación recibe el nombre de *suma*.

En símbolos:

$$\forall a, b \in \mathbb{N} : \exists c \in \mathbb{N} / a + b = c \quad (1)$$

La operación de *adición* se extiende a todos los números naturales. Así, por ejemplo, como $2 = 1 + 1$, entonces $5 + 2$ es "el siguiente, del siguiente de 5", es decir $5 + 2 = 7$.

- a) ¿Qué significa el símbolo \mathbb{N} ?
- b) ¿Aprendió esta operación con ese nombre? ¿Cómo la llamaba antes? Indique la diferencia entre el nombre correcto y el que usted utilizaba hasta el momento.
- c) De acuerdo a como se definieron, escriba los primeros quince números naturales.
- d) Escriba con sus palabras el enunciado (1) expresado en lenguaje simbólico. ¿Había trabajado anteriormente con estos símbolos? Le proponemos que vaya construyendo un glosario de definiciones y símbolos a lo largo de este texto.



- e) ¿Cuál es el significado de las letras a, b y c en la expresión (1)? ¿Por qué se utilizan letras para esta representación?
- f) ¿De cuántas maneras se puede comunicar un enunciado en Matemática? Indique diferentes lenguajes que utiliza la matemática y por qué los utiliza en cada caso, proponiendo un ejemplo de cada uno.
- g) ¿Conoce otras operaciones? Indique su nombre y el de los elementos que se operan en cada caso.

Actividad 3

Se dice que un número natural a es menor que otro b , si y sólo si existe un número natural c tal que la suma entre a y c es b . En símbolos:

$$\forall a, b, c \in \mathbb{N}: a < b \Leftrightarrow \exists c \in \mathbb{N} / b = a + c$$

Por otra parte, un número natural es mayor que otro, si y sólo si el segundo es menor que el primero. En símbolos:

$$\forall a, b \in \mathbb{N}: a > b \Leftrightarrow b < a$$

- a) Traduzca con sus palabras el significado de cada uno de los enunciados simbólicos anteriores.
- b) Continúe con la elaboración del glosario.
- c) ¿Cómo comparaba usted dos números naturales según esta relación? ¿Su estrategia para decidir si un número es menor o mayor que otro se vincula con la definición propuesta? ¿Por qué?
- d) ¿Cuál es el significado del símbolo \Leftrightarrow ? ¿Cuándo dos expresiones se vinculan con el símbolo \Leftrightarrow ?

Actividad 4

Escriba de dos maneras abreviadas los siguientes cálculos:

$$8 + 8 + 8 + 8 + 8 =$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$$

- a) ¿Qué utilizó para abreviar éstos cálculos?
- b) Si utilizó otra operación, ¿Cómo se llama? ¿Con qué nombre se designan a los elementos que intervienen en dicha operación y a su resultado? ¿Con qué símbolo se la denota? ¿Es el mismo símbolo que utilizó a lo largo de la secundaria? ¿Por qué conviene utilizar éste símbolo y no otro?
- c) Indique el significado de las siguientes expresiones:

$$\forall a, b \in \mathbb{N}: a + b \in \mathbb{N} \quad (1)$$

$$\forall a, b \in \mathbb{N}: a \cdot b \in \mathbb{N} \quad (2)$$

- d) ¿A qué le remite la palabra "cerrada"? ¿Es el mismo significado para esta palabra en matemática? ¿Qué significa que una operación sea cerrada en un conjunto numérico?
- e) Analice si las operaciones estudiadas en estas actividades son cerradas en \mathbb{N} y escriba en lenguaje coloquial las expresiones (1) y (2).

Actividad 5

Resuelva de la manera más conveniente los siguientes cálculos y luego redacte el procedimiento que realizó para poder explicárselo a un compañero:

$$10 + 25 + 13 + 2 + 10 =$$

$$40 + 32 + 60 + 18 =$$

$$2 \cdot 15 \cdot 5 \cdot 1 =$$

$$5 \cdot 14 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 2 =$$

- a) ¿Qué propiedades utilizó para resolver los cálculos anteriores? Proponga ejemplos en los que sirvan para agilizar los cálculos y un par en los que no valga la pena utilizarlas.

- b) ¿A qué le remite la palabra "neutro"?

Resuelva:

$$2.1 = \qquad 23.1 =$$

$$2.3 = \qquad 78.2 =$$

$$2.2 =$$

¿Cuál es el significado en Matemática de "elemento neutro"? ¿Tienen la adición y la multiplicación en \mathbb{N} elemento neutro?

- c) ¿Conoce alguna otra propiedad de la adición y la multiplicación? Escríbalas.
- d) Escriba en lenguaje coloquial y simbólico las propiedades de las operaciones definidas en \mathbb{N} .

Actividad 6

Observe las siguientes igualdades:

$$1) 3 + 7 = 12 - 2$$

$$2) (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$3) (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$$

$$4) 2x + 3 = x + 7$$

- a) ¿Cuál es el significado del signo "=" en cada caso?
- b) Identifique los diferentes tipos de igualdades y clasifíquelas. Proponga otros ejemplos para cada tipo.

c) Observe las siguientes igualdades e indique cuáles son equivalentes:

- $x = 4$
- $2x + 3 = x + 7$
- $x^2 - 16 = 0$
- $-4 = -x$
- $2 \cdot (3x + 4) - x = 4x$
- $2x + 3 - 3 = x + 7 - 3$
- $2x + 5 = 4x - 3$

En el caso de las expresiones equivalentes indique qué propiedades utiliza para llegar de una a la otra.

d) Escriba en lenguaje coloquial y simbólico las propiedades nuevas que haya utilizado.

Actividad 7

Escriba de dos maneras abreviadas los siguientes cálculos:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 =$$

- a)** ¿Qué utilizó para abreviar éstos cálculos?
- b)** Si utilizó otra operación, ¿Cómo se llama? ¿Con qué nombre se designan a los elementos que intervienen en dicha operación y a su resultado?
- c)** Observe el siguiente análisis:

$$\begin{aligned} 2^3 \cdot 2^4 &= (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ &= 2^7 \end{aligned}$$

Resuelva los siguientes cálculos expresando el resultado como potencia, como se procedió en el ejemplo anterior:

$$3^2 \cdot 3^1 = \qquad (2^3)^2 =$$

$$4^3 \cdot 4^2 = \qquad (4^2)^2 =$$

$$2^7 : 2^3 = \qquad (3^3)^2 =$$

$$3^6 : 3^4 =$$

¿Qué propiedades cumple la potenciación en el conjunto de los números naturales? Enúncielas coloquial y simbólicamente. ¿Cómo puede estar seguro que se cumplen para todos los números naturales y no solamente para algunos?

- d) ¿Es distributiva la potenciación respecto de la adición y de la multiplicación? Proponga ejemplos, elabore una *conjetura* y enuncie coloquial y simbólicamente las propiedades que surjan.
- e) ¿Qué propiedades de la adición y la multiplicación no cumple la potenciación en el conjunto de los números naturales?

Actividad 8

De todo lo estudiado hasta el momento, se deducen las siguientes propiedades para \mathbb{N}

- 1) Es un conjunto "infinito", y totalmente ordenado por la relación " \leq ".
- 2) Todo número natural tiene siguiente.
- 3) Este conjunto tiene primer elemento, el **1**.
- 4) No tiene último elemento (como consecuencia de 2)).
- 5) Entre dos números naturales existe un número finito de números naturales. Por ello se dice que es **discreto**.

Explique con sus palabras cada una de las propiedades anteriores.